

Họ, tên thí sinh:
Số báo danh:

Mã đề thi 123

Câu 1. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

B. $y = -x - 3$.

C. $y = x^3 + x^2 + 3x - 2018$.

D. $y = -x^4 + 8x^2 - 7$.

Câu 2. Khối nào sau đây không phải là khối tròn xoay?

A. Khối trụ.

B. Khối cầu.

C. Khối nón.

D. Khối chóp đều.

Câu 3. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm biểu diễn của số phức liên hợp của z là điểm nào sau đây?

A. $P(-1; -2)$.

B. $M(1; 2)$.

C. $Q(2; -1)$.

D. $N(1; -2)$.

Câu 4. Cho đường cong $(H) : y = \frac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $d : y = x + 5$. Số giao điểm của (H) và d là

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $3a^3$. Điểm M thuộc cạnh SB sao cho $3SM = 2SB$ và điểm N thuộc cạnh SC sao cho $2SN = SC$. Thể tích hình chóp $S.AMN$ bằng

A. $2a^3$.

B. a^3 .

C. $4a^3$.

D. $3a^3$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[a; b]$ ($a < b$). Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số liên tục trên $(a; b)$ khi và chỉ khi hàm số liên tục trên khoảng $(a; b)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

B. Hàm số liên tục trên $[a; b]$ khi và chỉ khi hàm số liên tục trên khoảng $(a; b)$ và $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$.

C. Cho $x_0 \in (a; b)$, hàm số liên tục tại x_0 khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$.

D. Cho $x_0 \in (a; b)$, hàm số có giới hạn là một số thực L tại x_0 khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$.

Câu 7. Hình nón có chiều cao bằng h và độ dài đường sinh bằng l . Hỏi bán kính r của đường tròn đáy thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

A. $r^2 + h^2 = l^2$.

B. $r^2 + l^2 = h^2$.

C. $l^2 + h^2 = r^2$.

D. $rh = l$.

Câu 8. Tổng số mặt và số đỉnh của khối bát diện đều bằng

A. 14.

B. 16.

C. 15.

D. 13.

Câu 9. Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\ln(a+b) = \ln a \ln b$. B. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. C. $\ln(ab) = \ln a \ln b$. D. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Câu 10. Hàm số $y = 3x^4 + 6x^2 + 2018$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 11. Cho các đường cong $(C_1) : y = \frac{x-2}{2x-1}$, $(C_2) : y = x^3 + x + 5$, $(C_3) : y = x^4 + 2x^2 + 3$ và

$(C_4) : y = \frac{x^2 - x + 2}{x - 5}$. Hỏi các đường cong nào sau đây có tiệm cận?

A. (C_3) và (C_4) .

B. (C_1) và (C_4) .

C. (C_1) , (C_2) và (C_4) .

D. (C_1) và (C_2) .

Câu 12. Tìm tập xác định \mathcal{D} của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\sqrt{2}}$.

A. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

D. $\mathcal{D} = (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

Câu 13. Hàm số nào sau đây có đạo hàm là $-2 \sin 2x$?

A. $F(x) = 2 \cos 2x + 2018$.

B. $F(x) = 2 \sin^2 x + 2018$.

C. $F(x) = -2 \cos 2x + 2018$.

D. $F(x) = 2 \cos^2 x + 2018$.

Câu 14.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Khẳng định nào sau đây **sai**?

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$+\infty$	-1	$+\infty$

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 3)$.

C. Hàm số nghịch biến trên miền $(-1; 0) \cup (0; 3)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 15. Một đoàn đại biểu có 10 người gồm 6 nam và 4 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 người phát biểu ý kiến, trong đó có 2 nam và 2 nữ?

A. 200.

B. 90.

C. 360.

D. 180.

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, lập phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với đường thẳng $d : x = y = z$.

A. $\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$.

B. $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{2}$.

C. $\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$.

D. $\Delta : \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 17. Trong các khẳng định sau, có mấy khẳng định **sai**?

1. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

2. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

3. $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

4. $\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Câu 18. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a, b]$ và $c \in [a, b]$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

A. $\int_a^c f(x) dx - \int_b^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$.

B. $\int_a^a f(x) dx = 0$.

C. $\int_a^c f(x) dx + \int_c^a f(x) dx \neq 0$.

D. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx = 0$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P) : 3x + 6y + 2018z - 2019 = 0$ là

A. $\vec{n} = (3; -6; 2018)$. B. $\vec{n} = (3; 6; -2018)$. C. $\vec{n} = (-3; 6; 2018)$. D. $\vec{n} = (3; 6; 2018)$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng $d : \frac{x-3}{19} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-2018}{1987}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (3; -6; 2018)$. B. $\vec{u} = (19; -3; 1987)$. C. $\vec{u} = (3; 6; 2018)$. D. $\vec{u} = (19; 3; 1987)$.

Câu 21. Tập xác định của hàm số $y = \log |x|$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. \mathbb{R} .

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, các điểm nào sau đây cùng thuộc một mặt phẳng?

- A. $A(0; 2; -1), B(1; 0; 0), C(1; 1; -1), D(1; 1; 1)$.
 B. $I(0; 0; 1), K(1; 1; 5), L(1; 0; 2), M(5; 3; 4)$.
 C. $N(-1; 5; -8), P(1; 1; 0), Q(0; 1; -2), R(5; 3; 6)$.
 D. $E(3; 0; 1), F(0; 2; 1), G(3; 2; 0), H(-1; -1; 1)$.

Câu 23. Cho số phức $z = 1 - i$ và \bar{z} là số phức liên hợp của z . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $|\bar{z}| < 2$.
 B. $\frac{z^3}{\bar{z}^3} = i$.
 C. z^2 là số thuần ảo.
 D. \bar{z}^4 là số thuần ảo.

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(C) : x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 8y - 10z = 0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm khác gốc tọa độ của mặt cầu với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

- A. $\vec{n} \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5} \right)$.
 B. $\vec{n} \left(\frac{-1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{-1}{5} \right)$.
 C. $\vec{n} \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}; \frac{1}{5} \right)$.
 D. $\vec{n} \left(\frac{1}{3}; \frac{-1}{4}; \frac{1}{5} \right)$.

Câu 25. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Tính thể tích V của hình chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.
 B. $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$.
 C. $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.
 D. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x - 1) + \log_2(2 - x) \geq 0$ là

- A. $\left(1, \frac{4}{3}\right)$.
 B. $\left(1, \frac{3}{2}\right]$.
 C. $\left(1, \frac{5}{3}\right)$.
 D. $\left(1, \frac{2}{3}\right)$.

Câu 27. Cho đường cong $(C) : y = x^4 - x^2 - 2$ và d là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = 1$. Điểm nào sau đây thuộc d ?

- A. $M(1; 0)$.
 B. $N(2; 0)$.
 C. $P(-1; 4)$.
 D. $M(1; 2)$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, đồng biến $[a, b]$ và $f(a) > 0$. Gọi diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là S . Tìm mệnh đề **sai**?

- A. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.
 B. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.
 C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.
 D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Câu 29. Tích các nghiệm thực của phương trình $4^{x+0.5} - 3 \cdot 2^x + 1 = 0$ là

- A. -1 .
 B. $\frac{1}{2}$.
 C. 1 .
 D. 0 .

Câu 30. Biết tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $4^x - 4 \cdot 6^x + 3 \cdot 9^x = 0$ bằng a . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $a \in (6; 9)$.
 B. $a \in (0; 3)$.
 C. $a \in (3; 6)$.
 D. $a \in (-3; 0)$.

Câu 31. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = 3u_n + 10$ với mọi $n \geq 1$. Biết rằng $u_n = a3^{n-1} + b$ với mọi $n \geq 2$. Tính $T = a^2 + b^2$.

- A. 36.
 B. 29.
 C. 25.
 D. 61.

Câu 32. Một nhà nghiên cứu khảo sát sự chuyển động của chất điểm M và tìm được quy luật về quãng đường của M khi chuyển động là $s(t) = t^4 - t^2$ (t tính bằng giây từ lúc vật bắt đầu chuyển động). Hỏi trong khoảng 1 giây đầu sau khi chuyển động chất điểm M dừng mấy lần?

- A. 2.
 B. 3.
 C. 1.
 D. 0.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$ và $d_2 : \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$. Phương trình đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

A. $d' : \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{-1}$.
 C. $d' : \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{1}$.

B. $d' : \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+7}{1}$.
 D. $d' : \frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{1}$.

Câu 34. Hình hộp chữ nhật có kích thước lần lượt là $2a, 3a, 5a$ ($a > 0$) có bao nhiêu trục đối xứng?
 A. 10. B. 3. C. 13. D. 7.

Câu 35. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{12}$.
 A. -792. B. -220. C. 495. D. 500.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + y + z - 7 = 0$ và đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{2}$. Gọi $M(x_0; y_0; z_0)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Giá trị $T = |x_0| + |y_0| + |z_0|$ bằng
 A. 5. B. 11. C. 9. D. 7.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AB = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = a$ vuông góc với đáy. Hỏi bán kính mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (SBC) bằng?
 A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. a . C. $a\sqrt{2}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 38. Tính thể tích khối tròn xoay do hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$ và $y = x$ quay quanh trục Ox ?
 A. π . B. $\frac{\pi}{6}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

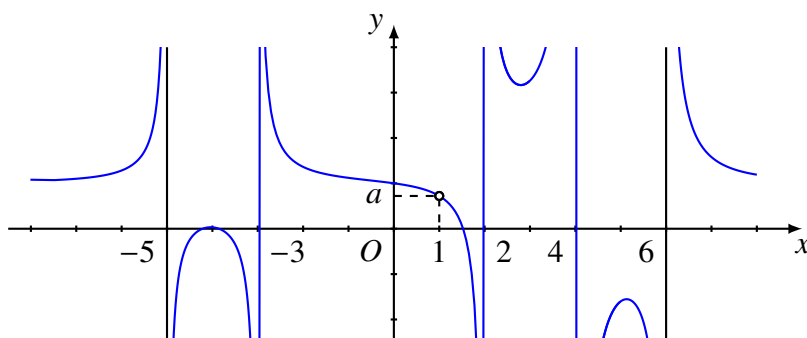
Câu 39. Cho hàm số $y = x^3 + x^2 + (m^2 + 1)x + 27$. Gọi N và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-3; -1]$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = N \cdot M$.
 A. 432. B. -352. C. -432. D. -144.

Câu 40. Cho $S = 1 + i + i^2 + \dots + i^{2018}$ (với i là đơn vị ảo). Khi đó S^{2018} bằng
 A. -1. B. 1. C. 2018. D. i .

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn $AB = 2a$ và $BC = CD = DA = a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng tạo với đáy một góc 60° . Thể tích hình cầu ngoại tiếp hình chóp bằng
 A. $\frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. B. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. C. $\sqrt{3}\pi a^3$. D. $\frac{20\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

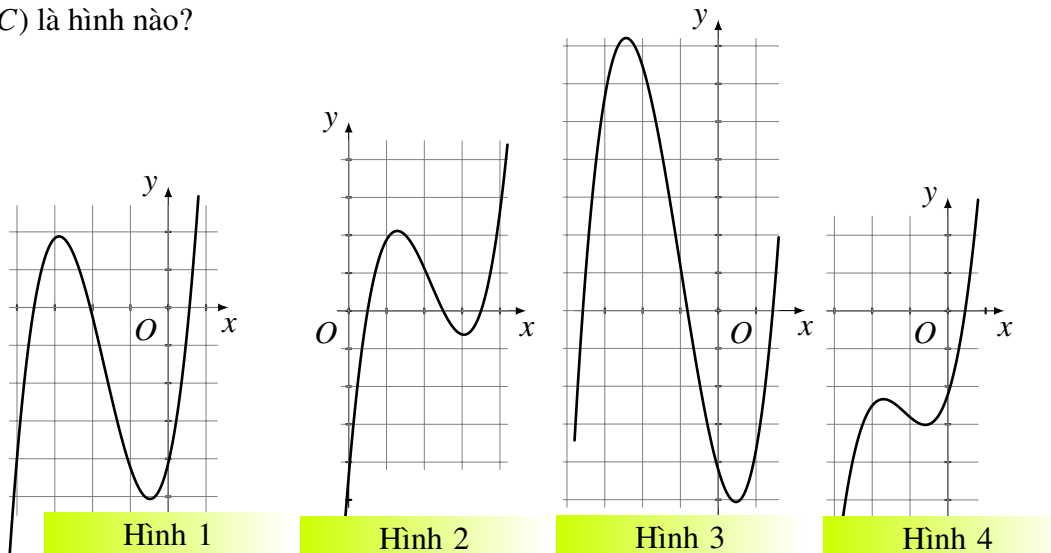
Câu 42. Biết phương trình $\log_2^2 x + 2 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x + m - \frac{3}{2} = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 520$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. $m \in (3; 5)$. B. $m \in (-3; -1)$. C. $m \in (-1; 1)$. D. $m \in (1; 3)$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây (điểm $(1; a)$ không thuộc đồ thị). Gọi $\{m_1, m_2, \dots, m_k\}$ là tập hợp tất cả các giá trị m sao cho hàm số $y = f(|x| + m)$ có cực trị và số cực trị là số chẵn, k là số nguyên dương. Tính $T = m_1 + m_2 + \dots + m_k$.



A. -5. B. 2. C. -1. D. 12.

Câu 44. Cho hàm số $y = x^3 + bx^2 + x + 1 - 2b$ ($b > 2$) có đồ thị (C) là một trong bốn hình dưới đây. Đồ thị (C) là hình nào?



- A. Hình 4. B. Hình 3. C. Hình 2. D. Hình 1.

Câu 45. Cho z là số phức thỏa mãn đẳng thức $|z + i| = m + \left(\frac{2019}{m}\right)^{2019} - 2$, với m là số thực dương. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn của số phức $w = (3 + 4i)z + 26 + 7i$ là đường tròn. Gọi R_0 là bán kính nhỏ nhất của đường tròn ứng với giá trị m_0 . Hệ thức nào sau đây là đúng?

- A. $\frac{2019R_0}{2018m_0} = 4$. B. $\frac{2019R_0}{2018m_0} = 5$. C. $\frac{2018R_0}{2019m_0} = 5$. D. $\frac{2019R_0}{2018m_0} = 3$.

Câu 46. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$, đáy là hình bình hành có diện tích bằng $2a^2$, chiều cao bằng $4a$. Gọi M là điểm thuộc cạnh $A'B'$ sao cho $A'M = xA'B'$ ($0 < x < 1$). Mặt phẳng (MBD) chia lăng trụ thành hai phần thể tích. Gọi V là phần thể tích chứa điểm A . Tìm x để $V = \frac{4(\sqrt{3} + 1)a^3}{3}$.

- A. $x = \frac{\sqrt{1 + 4\sqrt{3}} - 1}{2}$. B. $x = \frac{\sqrt{1 + \sqrt{3}} - 1}{2}$. C. $x = \frac{\sqrt{1 + 2\sqrt{3}} - 1}{2}$. D. $x = \frac{\sqrt{1 + 3\sqrt{3}} - 1}{2}$.

Câu 47. Giả sử $\int_1^3 \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^4} dx = \frac{1}{a} \left(b\sqrt{2} - \frac{c\sqrt{10}}{a^3} \right)$ (với $a, b, c \in \mathbb{N}$ và $\frac{b}{a}$ là phân số tối giản). Khi đó giá trị $a + bc$ bằng

- A. $y = 43$. B. 23. C. $y = 33$. D. 13.

Câu 48. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 49$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O và cách tâm I của mặt cầu một đoạn lớn nhất. Khoảng cách từ $A(10; 5; 10)$ đến (P) bằng

- A. $12\sqrt{2}$. B. $10\sqrt{2}$. C. $6\sqrt{2}$. D. $8\sqrt{2}$.

Câu 49. cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[0; \pi]$ và thỏa mãn

$$f(0) = f(\pi) = 2018; \int_0^\pi (f'(x))^2 dx = 2\pi; \int_0^\pi \sin 2xf(x) dx = \frac{\pi}{2}. \text{ Tính } I = \int_0^\pi \cos xf(x) dx.$$

- A. $\frac{4}{3}$. B. $I = 2018$. C. $I = 2018\pi$. D. $\frac{5}{3}$.

Câu 50. Gọi X là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập X . Tính xác suất để số lấy được luôn chứa đúng ba số thuộc tập $Y = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và ba số này đứng cạnh nhau, có số chẵn đứng giữa hai số lẻ.

- A. $P = \frac{37}{63}$. B. $P = \frac{25}{189}$. C. $P = \frac{25}{378}$. D. $P = \frac{17}{945}$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

BẢNG ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề thi 123

1. C	2. D	3. D	4. A	5. B	6. A	7. A	8. A	9. B	10. D
11. B	12. A	13. D	14. C	15. B	16. A	17. B	18. C	19. D	20. D
21. A	22. C	23. D	24. A	25. A	26. B	27. B	28. B	29. D	30. D
31. D	32. C	33. D	34. B	35. C	36. D	37. A	38. B	39. C	40. A
41. A	42. A	43. C	44. D	45. C	46. A	47. B	48. B	49. A	50. D

TRƯỜNG ĐẠI HỌC HỒNG ĐỨC
KHOA KHOA HỌC TỰ NHIÊN

HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU KHÓ
Môn thi: Toán

Câu 1. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{12}$.

A. 495.

B. 500.

C. -220.

D. -792.

Lời giải.

Ta có $f(x) = \sum_{i=0}^{12} C_{12}^i \left(-\frac{1}{x^2}\right)^i x^{12-i} = \sum_{i=0}^{12} C_{12}^i (-1)^i x^{12-3i}$. Hệ số tự do ứng với $12 - 3i = 0 \Leftrightarrow i = 4$. Vậy hệ số tự do là $C_{12}^4 = 495$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2. Một nhà nghiên cứu khảo sát sự chuyển động của chất điểm M và tìm được quy luật về quãng đường của M khi chuyển động là $s(t) = t^4 - t^2$ (t tính bằng giây từ lúc vật bắt đầu chuyển động). Hỏi trong khoảng 1 giây đầu sau khi chuyển động chất điểm M dừng mấy lần?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Chất điểm M dừng sau khi chuyển động tương ứng với vận tốc bằng 0 khi $t \in (0; 1]$. Phương trình vận tốc là $y' = 4t^3 - 2t^2$. Xét phương trình $4t^3 - 2t^2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{\sqrt{2}}{2}$ hoặc $t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (loại) hoặc $t = 0$ (loại). Vậy M dừng 1 lần.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = 3u_n + 10$ với mọi $n \geq 1$. Biết rằng $u_n = a3^{n-1} + b$ với mọi $n \geq 2$. Tính $T = a^2 + b^2$.

A. 25.

B. 61.

C. 36.

D. 29.

Lời giải.

Ta có $u_2 = 13, u_3 = 49 \Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 13 \\ 9a + b = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -5 \end{cases}$. Vậy $T = 36 + 25 = 61$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AB = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = a$ vuông góc với đáy. Hỏi bán kính mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (SBC) bằng?

A. a .

B. $a\sqrt{2}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Trên mặt phẳng SAB , gọi H là chân đường cao hạ từ A xuống SB . Ta có $AH \perp (SBC)$. Suy ra, AH là bán kính mặt cầu tâm A tiếp xúc với (SBC) . Sử dụng hệ thức liên hệ cạnh và đường cao trong tam giác vuông SAB ta có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x + y + z - 7 = 0$ và đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{2}$. Gọi $M(x_0; y_0; z_0)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Giá trị $T = |x_0| + |y_0| + |z_0|$ bằng

A. 5.

B. 7.

C. 9.

D. 11.

Lời giải.

Giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là $M(5; 1; 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$ và $d_2 : \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$. Phương trình đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

A. $d' : \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{1}$.

B. $d' : \frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{1}$.

C. $d' : \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+7}{1}$.

D. $d' : \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{-1}$.

Lời giải.

Giả sử $A(t+1; t+2; t-1) \in d_1$ và $B(2s+3; s-1; 3s+2) \in d_2$ là giao điểm của đường vuông góc chung d' với hai đường thẳng d_1, d_2 . Ta có $\overrightarrow{AB} = (2s-t+2; s-t-3; 3s-t+3)$ vuông góc với $\vec{u}_{d_1} = (1; 1; 1)$ và $\vec{u}_{d_2} = (2; 1; 3)$. Suy ra, $s = -3; t = -\frac{16}{3}$. Do đó, $A(-\frac{13}{3}; -\frac{10}{3}; -\frac{19}{3})$ và $B(-3; -4; -7)$. Suy ra $d' : \frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+7}{1}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 7. Biết tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $4^x - 4.6^x + 3.9^x = 0$ bằng a . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a \in (-3; 0)$.

B. $a \in (0; 3)$.

C. $a \in (3; 6)$.

D. $a \in (6; 9)$.

Lời giải.

$$4^x - 4.6^x + 3.9^x = 0 \Leftrightarrow (\frac{2}{3})^{2x} - 4.(\frac{2}{3})^x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = \log_{\frac{2}{3}} 3 < 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 8. Tính thể tích khối tròn xoay do hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$ và $y = x$ quay quanh trục Ox ?

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. $\frac{\pi}{4}$.

C. π .

D. $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải.

Giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ và $y = x$ là điểm $O(0, 0)$ và $A(1, 1)$. Do đó thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh trục Ox là $V = \pi \int_0^1 (x - x^2) dx = \frac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 9. Cho $S = 1 + i + i^2 + \dots + i^{2018}$ (với i là đơn vị ảo). Khi đó S^{2018} bằng

A. 2018 .

B. 1.

C. -1 .

D. i .

Lời giải.

$$S = 1 + i + i^2 + \dots + i^{2018} = \frac{1-i^{2019}}{1-i} = \frac{1-(i^2)^{1009}i}{1-i} = \frac{1+i}{1-i} = i \Rightarrow S^{2018} = -1.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn $AB = 2a$ và $BC = CD = DA = a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng tạo với đáy một góc 60° . Thể tích hình cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

A. $\frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

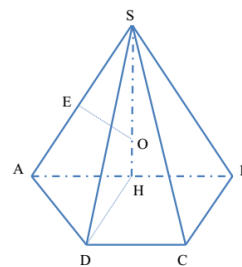
B. $\frac{20\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

C. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

D. $\sqrt{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Gọi H là chân đường cao hạ từ S xuống $(ABCD) \Rightarrow \widehat{SAH} = \widehat{SBH} = \widehat{SCH} = \widehat{SDH} = 60^\circ \Rightarrow HA = HB = HC = HD \Rightarrow H$ là trung điểm của AB và tam giác SAB đều. Trong mặt phẳng (SAB) , đường trung trực của cạnh SA cắt SH tại O thì O là tâm hình cầu ngoại tiếp hình chóp. O là trọng tâm của tam giác SAB . Khi đó, bán kính hình cầu bằng $R = \frac{2}{3}AB \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$. $\Rightarrow V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 49$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O và cách tâm I của mặt cầu một đoạn lớn nhất. Khoảng cách từ $A(10; 5; 10)$ đến (P) bằng

A. $6\sqrt{2}$.

B. $8\sqrt{2}$.

C. $10\sqrt{2}$.

D. $12\sqrt{2}$.

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua $O(0; 0; 0)$ và cách tâm $I(3; 4; 5)$ một đoạn lớn nhất sẽ nhận $\overrightarrow{OI} = (3; 4; 5)$ làm vectơ pháp tuyến. Suy ra $(P) : 3x + 4y + 5z = 0$. Khoảng cách từ $A(10; 5; 10)$ đến (P) bằng $h = \frac{|3 \cdot 10 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2}} = 10\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 12. Cho hàm số $y = x^3 + x^2 + (m^2 + 1)x + 27$. Gọi N và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-3; -1]$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = N \cdot M$.

A. -432 .

B. -144 .

C. 432 .

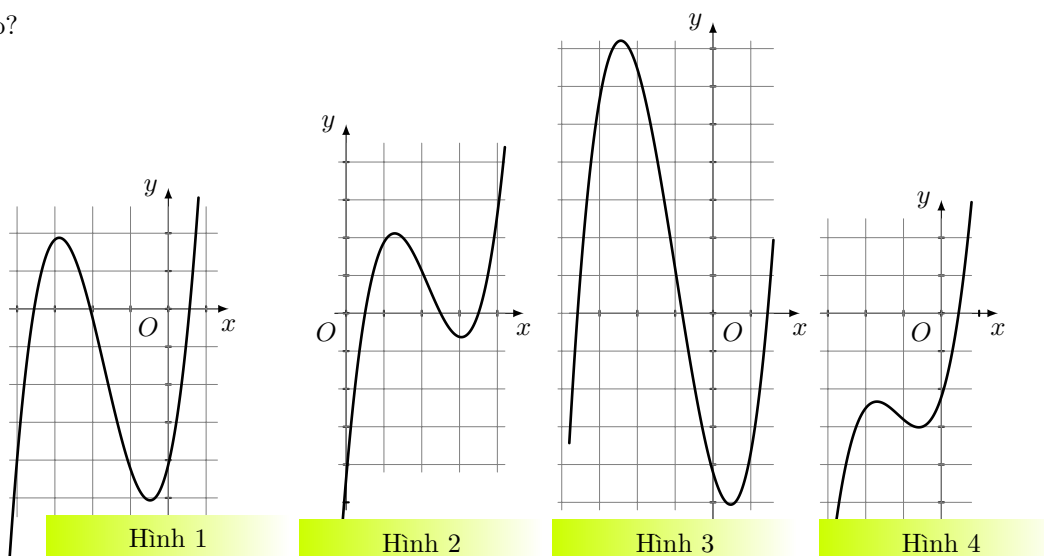
D. -352 .

Lời giải.

Với mọi m ta có $y' = 3x^2 + 2x + m^2 + 1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R} \Rightarrow N = f(-3) = 6 - 3m^2, M = f(-1) = 26 - m^2 \Rightarrow T = 3(m^4 - 28m^2 + 52) = 3(m^2 - 14)^2 - 432 \Rightarrow$ giá trị nhỏ nhất là -432 .

Chọn đáp án **A** □

Câu 13. Cho hàm số $y = x^3 + bx^2 + x + 1 - 2b$ ($b > 2$) có đồ thị (C) là một trong bốn hình dưới đây. Đồ thị (C) là hình nào?



A. Hình 1.

B. Hình 4.

C. Hình 2.

D. Hình 3.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 2bx + 1 \Rightarrow$ hàm số có hoành độ hai cực trị âm nên loại hình 2 và hình 3. Mặt khác đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại tung độ $1 - 2b < -3$. Vậy Hình 1 thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **A** □

Câu 14. Biết phương trình $\log_2^2 x + 2\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x + m - \frac{3}{2} = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 520$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $m \in (3; 5)$.

B. $m \in (-1; 1)$.

C. $m \in (1; 3)$.

D. $m \in (-3; -1)$.

Lời giải.

PT $\Leftrightarrow \log_2^2 x - 4\log_2 x + m - \frac{3}{2} = 0$ (1). Đặt $\log_2 x = t \Rightarrow t^2 - 4t + m - \frac{3}{2} = 0$ (2).

x_1, x_2 là các nghiệm của (1) thì $t_1 = \log_2 x_1, t_2 = \log_2 x_2$ là hai nghiệm của (2), theo Định lý Viét ta có $t_1 + t_2 = 4 \Rightarrow x_1 + x_2 = 10, x_1 x_2 = 16$ suy ra $x_1 = 2, x_2 = 8 \Rightarrow t_1 = 1, t_2 = 3 \Rightarrow m = \frac{9}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 15. Giả sử $\int_1^3 \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^4} dx = \frac{1}{a} \left(b\sqrt{2} - \frac{c\sqrt{10}}{a^3} \right)$ (với $a, b, c \in \mathbb{N}$ và $\frac{b}{a}$ là phân số tối giản). Khi đó giá trị $a + bc$ bằng

A. 13.

B. 23.

C. $y = 33$.

D. $y = 43$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}\int_1^3 \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^4} dx &= \int_1^3 \sqrt{1+\frac{1}{x^2}} \cdot \frac{1}{x^3} dx = \int_1^3 \sqrt{1+\frac{1}{x^2}} \cdot \frac{1}{x^3} dx \\ &= -\frac{1}{2} \int_1^3 \sqrt{1+\frac{1}{x^2}} d\left(\frac{1}{x^2} + 1\right) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{x^2} + 1\right)^{\frac{3}{2}} \Big|_1^3 = \frac{1}{3} \left(2\sqrt{2} - \frac{10\sqrt{10}}{27}\right).\end{aligned}$$

Do $\frac{b}{a}$ tối giản suy ra $a = 3, b = 2, c = 10$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 16. Cho z là số phức thỏa mãn đẳng thức $|z + i| = m + \left(\frac{2019}{m}\right)^{2019} - 2$, với m là số thực dương. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn của số phức $w = (3 + 4i)z + 26 + 7i$ là đường tròn. Gọi R_0 là bán kính nhỏ nhất của đường tròn ứng với giá trị m_0 . Hệ thức nào sau đây là đúng?

- A. $\frac{2018R_0}{2019m_0} = 5$. B. $\frac{2019R_0}{2018m_0} = 5$. C. $\frac{2019R_0}{2018m_0} = 3$. D. $\frac{2019R_0}{2018m_0} = 4$.

Lời giải.

Trước hết, ta thấy

$$\begin{aligned}|z + i| &= m + \left(\frac{2019}{m}\right)^{2019} - 2 = \underbrace{\frac{m}{2019} + \dots + \frac{m}{2019}}_{2019 \text{ số}} + \left(\frac{2019}{m}\right)^{2019} - 2 \\ &\geq 2020 \sqrt[2020]{\left(\frac{m}{2019}\right)^{2019} \left(\frac{2019}{m}\right)^{2019}} - 2 = 2018.\end{aligned}$$

Mặt khác, từ giả thiết, ta có $w = (3 + 4i)(z + i) + 30 + 4i \Rightarrow |w - 30 - 4i| = 5|z + i| \geq 5 \cdot 2018$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $m = m_0 = 2019$, lúc đó đường tròn có $R_0 = 5 \cdot 2018$ với tâm $I(30; 4) \Rightarrow \frac{2019R_0}{2018m_0} = 5$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 17. cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[0; \pi]$ và thỏa mãn

$$f(0) = f(\pi) = 2018; \int_0^\pi (f'(x))^2 dx = 2\pi; \int_0^\pi \sin 2x f(x) dx = \frac{\pi}{2}. \text{ Tính } I = \int_0^\pi \cos x f(x) dx.$$

- A. $I = 2018$. B. $I = 2018\pi$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}\int_0^\pi \sin 2x f(x) dx &= -\frac{1}{2} \cos 2x f(x) \Big|_0^\pi + \frac{1}{2} \int_0^\pi \cos 2x f'(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^\pi \cos 2x f'(x) dx \Rightarrow \int_0^\pi 4 \cos 2x \cdot f'(x) dx = 4\pi \\ \Rightarrow \int_0^\pi ((f'(x))^2 - 4 \cos 2x \cdot f'(x) + 4 \cos^2 2x) dx &= 0 \Leftrightarrow \int_0^\pi (f'(x) - 2 \cos 2x)^2 dx = 0 \Leftrightarrow f'(x) - 2 \cos 2x = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \\ 2 \cos 2x &\Rightarrow f(x) = \sin 2x + C \Rightarrow f(x) = \sin 2x + 2018. \text{ Vậy } I = \int_0^\pi \cos x f(x) dx = I = \int_0^\pi \cos x (\sin 2x + 2018) dx = \frac{4}{3}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 18. Gọi X là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập X . Tính xác suất để số lấy được luôn chứa đúng ba số thuộc tập $Y = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và ba số này đứng cạnh nhau, có số chẵn đứng giữa hai số lẻ.

- A. $P = \frac{25}{378}$. B. $P = \frac{25}{189}$. C. $P = \frac{37}{63}$. D. $P = \frac{17}{945}$.

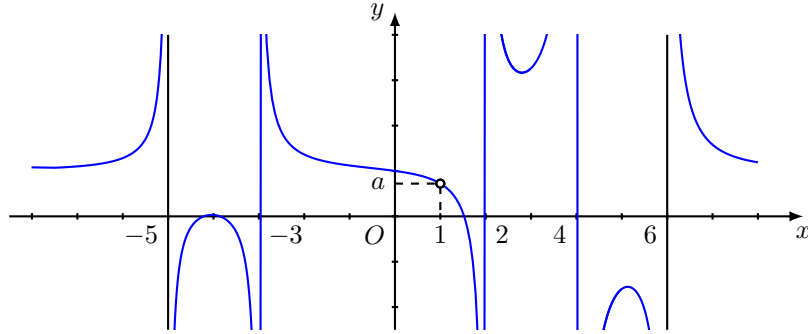
Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = A_{10}^6 - A_9^5$. Ký hiệu 3 số của tập Y đứng cạnh nhau có số chẵn đứng giữa hai số lẻ là D . Số cách chọn D là $2A_3^2$. Xem D như là một chữ số. Với mỗi số D , ta tìm số các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy trong tập $U = \{D, 0, 6, 7, 8, 9\}$ sao cho luôn có mặt số D .

$$\text{Các số cần lập là } 2A_3^2(4A_5^3 - 3A_4^2). \text{ Vậy } P = \frac{2A_3^2(4A_5^3 - 3A_4^2)}{A_{10}^6 - A_9^5} = \frac{17}{945}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây (điểm $(1; a)$ không thuộc đồ thị). Gọi $\{m_1, m_2, \dots, m_k\}$ là tập hợp tất cả các giá trị m sao cho hàm số $y = f(|x| + m)$ có cực trị và số cực trị là số chẵn, k là số nguyên dương. Tính $T = m_1 + m_2 + \dots + m_k$.



A. 12.

B. -5.

C. 2.

D. -1.

Lời giải.

Đồ thị của hàm số $y = f(|x| + m)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f(x)(C)$ như sau: tịnh tiến đồ thị (C) song song với trục hoành sang trái ($m > 0$) hoặc sang phải ($m < 0$) $|m|$ đơn vị, sau đó xóa phần đồ thị bên trái Ox và dựng đối xứng phần bên phải Ox qua Ox . Do đó, để hàm số có cực trị và số cực trị là số chẵn thì $m \in \{1, 2, 4, -3, -5\}$.
 Vậy $T = -3 - 5 + 1 + 2 + 4 = -1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 20. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$, đáy là hình bình hành có diện tích bằng $2a^2$, chiều cao bằng $4a$. Gọi M là điểm thuộc cạnh $A'B'$ sao cho $A'M = xA'B'$ ($0 < x < 1$). Mặt phẳng (MBD) chia lăng trụ thành hai phần thể tích. Gọi V là phần thể tích chứa điểm A . Tìm x để $V = \frac{4(\sqrt{3} + 1)a^3}{3}$.

A. $x = \frac{\sqrt{1 + 3\sqrt{3}} - 1}{2}$.

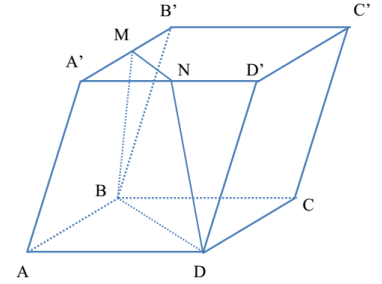
B. $x = \frac{\sqrt{1 + 4\sqrt{3}} - 1}{2}$.

C. $x = \frac{\sqrt{1 + 2\sqrt{3}} - 1}{2}$.

D. $x = \frac{\sqrt{1 + \sqrt{3}} - 1}{2}$.

Lời giải.

Gọi N là giao điểm của (MBD) và $A'D'$. Khi đó, $ABD.A'MN$ là chóp cắt. Ta có $V = V_{ABD.A'MN} = \frac{4a}{3} \cdot (S_{ABD} + S_{A'MN} + \sqrt{S_{ABD} \cdot S_{A'MN}}) = \frac{4a^3}{3} \cdot [x^2 + x + 1]$.
 Suy ra, $x^2 + x - \sqrt{3} = 0$.



Chọn đáp án **(B)**

□

ĐÁP ÁN

1 A	3 B	5 B	7 A	9 C	11 C	13 A	15 B	17 C	19 D
2 B	4 D	6 B	8 D	10 A	12 A	14 A	16 A	18 D	20 B